



## Exercices : Fonction exponentielle

### I Calculs algébriques

**Exercice 1.** Simplifier les expressions suivantes :

1.  $e^3 e^4$

3.  $(e^4)^3 e^4$

5.  $(e^2 + e^{-2})(e^2 - e^{-2})$

2.  $\frac{e^5 e^{-3}}{e^{-2}}$

4.  $\frac{e - \sqrt{e}}{\sqrt{e} - 1}$

6.  $\sqrt{(e^2 + 1)^2 - (e^2 - 1)^2}$

**Exercice 2.** Simplifier les expressions suivantes :

1.  $e^x e^{-x}$

3.  $e^x (e^x + e^{-x})$

5.  $(e^{5x})^2$

2.  $ee^{-x}$

4.  $\sqrt{e^{-2x}}$

6.  $e^{9x} - 2(e^{3x})^3$

### II Équations - Inéquations

**Exercice 3.** Résoudre les équations suivantes dans  $\mathbb{R}$  :

1.  $\exp(x) = e$

3.  $e^{x^2+x} = 1$

5.  $e^x + e^{-x} = 0$

2.  $\exp(-x) = 1$

4.  $e^x - e^{-x} = 0$

6.  $e^{3x+1} = e^{-2x+3}$

**Exercice 4.** Résoudre les inéquations suivantes dans  $\mathbb{R}$  :

1.  $e^{2x-1} > e^x$

3.  $e^{-x} > 0$

5.  $e^{2x} - 1 \geq 0$

2.  $e^x < 1$

4.  $e^x - e^{-x} > 0$

6.  $xe^{-x} - 3e^{-x} < 0$

**Exercice 5.**

1. Déterminer les racines du polynôme :  $P(X) = X^2 + 4X - 5$ .

2. En déduire les solutions de l'équation  $e^{2x} + 4e^x = 5$ .

3. Résoudre les équations suivantes :

(a)  $e^{2x} + e^x - 2 = 0$

(b)  $e^{2x+1} + e^{x+1} - 2e = 0$

(c)  $e^x - 2e^{-x} + 1 = 0$

**Exercice 6.** Résoudre dans  $\mathbb{R}$ .

1.  $e^{x^2+2} = \frac{e^{2x}}{e}$

2.  $2e^{2x} + 5e^x + 3 = 0$

3.  $e^{x^2} + 1 \leq 2$



### III Dérivées

**Exercice 7.** Soit une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par la donnée de  $f(x)$ . On admet que  $f$  est dérivable sur  $\mathbb{R}$ . Déterminer une expression de  $f'(x)$ .

1.  $f(x) = e^{-x}$

3.  $f(x) = xe^{x+1}$

5.  $f(x) = (x^2 + 1)e^{3x+1}$

2.  $f(x) = e^{x^2+x}$

4.  $f(x) = e^{x^2+1}$

6.  $f(x) = \frac{1 - e^{-2x}}{e^x}$

**Exercice 8.** Utilisation d'une fonction auxiliaire

1. On définit sur  $\mathbb{R}$  la fonction  $g : x \mapsto x^2 e^x - 1$ .

(a) Déterminer une expression de la dérivée de  $g$ .

(b) Donner le tableau de signes de cette dérivée sur  $\mathbb{R}$ .

(c) En déduire le tableau de variations de  $g$  sur  $\mathbb{R}$ .

(d) Donner, à l'aide d'un tableau de valeurs, une valeur approchée à 0,1 près de la solution de l'équation  $g(x) = 0$ .

(e) En déduire le tableau de signes de  $g(x)$  sur  $\mathbb{R}$ .

2. On considère la fonction  $f : x \mapsto e^x + \frac{1}{x}$ , définie et dérivable sur  $\mathbb{R}^*$ .

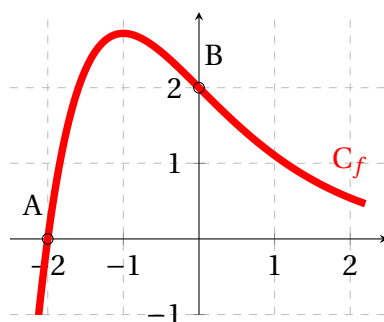
(a) Expliquer pourquoi la fonction  $f$  n'est pas définie en 0.

(b) Déterminer une expression de la dérivée de  $f$ .

(c) Donner le tableau de signes de cette dérivée sur  $\mathbb{R}^*$ .

(d) En déduire le tableau de variations de  $f$  sur  $\mathbb{R}^*$ .

**Exercice 9.** Une courbe  $\mathcal{C}$  qui passe par les points A(-2 ; 0) et B(0 ; 2) représente une fonction  $f$  définie sur  $\mathbb{R}$  par :  $f(x) = (ax + b)e^{-x}$  où  $a$  et  $b$  sont des réels.



1. À l'aide du graphique, déterminer  $a$  et  $b$  en justifiant.

2. En déduire le tableau de variation de  $f$ .